

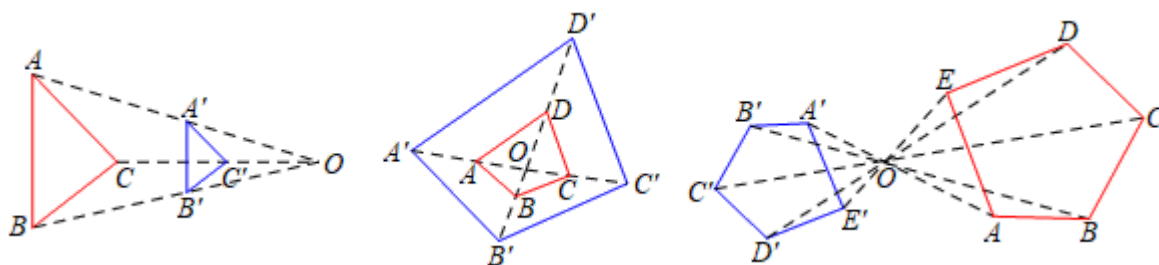
位似

位似

位似的定义：两个多边形不仅_____，而且对应顶点的连线_____，像这样的两个图形叫做位似图形。这点叫做_____，这时我们说这两个图形关于这点位似。

位似的性质：位似多边形的对应边的比_____，这个比称为_____；位似图形的任意一对_____与_____的距离之比等于相似比。

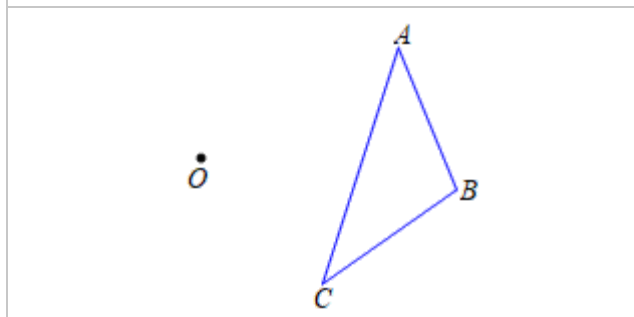
位似变换：原点为位似中心（位似比为 k ）其对应点的坐标关系可表示为：
 $P(x, y)$ 对应点为位似中心同侧则 P_1 _____；
 $P(x, y)$ 对应点为位似中心异侧则 P_2 _____。



位似作图：

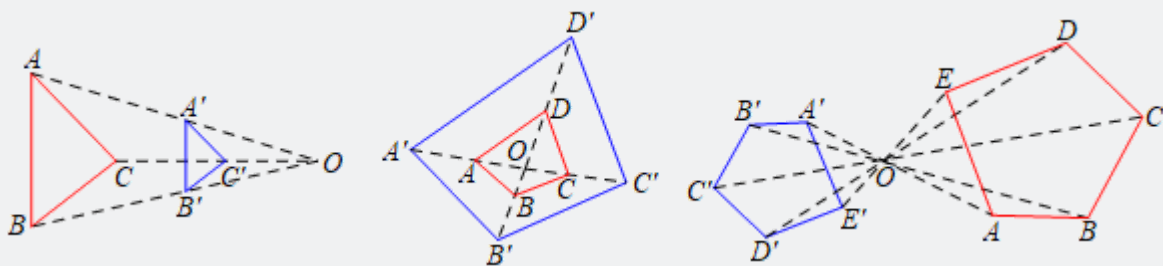
利用位似变换可以把一个图形放大或缩小，若位似比大于1，则通过位似变换把原图形_____；若位似比小于1，则通过位似变换把原图形_____。

例如：已知 $\triangle ABC$ ，画出一个三角形，与 $\triangle ABC$ 是位似图形，且位似比为2:5，点 O 为位似中心。



【教法备注】

1、位似的定义：两个多边形不仅相似，而且对应顶点的连线相交于一点，像这样的两个图形叫做位似图形．这点叫做位似中心．这时我们说这两个图形关于这点位似．



总结：① 位似图形都是相似的；

② 对应点的连线（或延长线）交于一点，这一点就是位似中心；

③ 对应边平行（或在同一条直线上）．

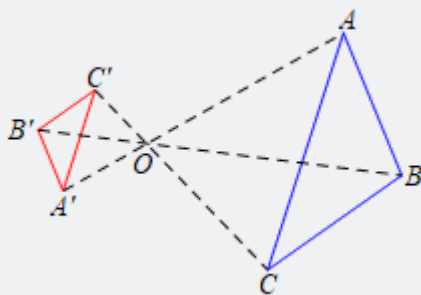
注意：位似图形是特殊的相似图形，位似图形中的一个图形中的两个顶点与位似中心构成的三角形与其对应的两个顶点与位似中心构成的三角形呈“A”字相似或“8”字相似．

2、位似的性质：①位似多边形的对应边的比相等，这个比称为位似比；

②位似图形的任意一对对应点与位似中心的距离之比等于相似比．

如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，点O是位似中心，

那么 $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k$ (k 为位似比)．



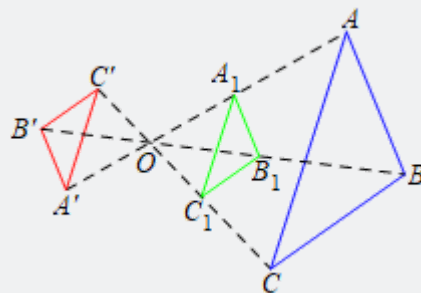
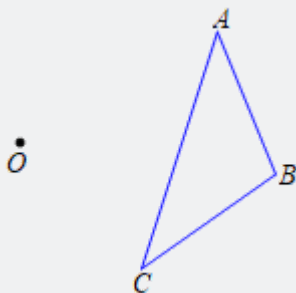
3、位似变换：原点为位似中心的位似变换（位似比为 k ）其对应点的坐标关系可表示为：

$P(x, y)$ 对应点为位似中心同侧 $P_1(kx, ky)$ ； $P(x, y)$ 对应点为位似中心同侧 $P_1(-kx, -ky)$ ；

4、位似作图：

利用位似变换可以把一个图形放大或缩小，若位似比大于1，则通过位似变换把原图形放大；若位似比小于1，则通过位似变换把原图形缩小。

已知 $\triangle ABC$ ，画出一个三角形，与 $\triangle ABC$ 是位似图形，且位似比为2:5，点 O 为位似中心。



以一点为位似中心，将一个图形按照一定的相似比放大或缩小，有两种情况：

- ①当 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 在位似中心点 O 的同侧时，构建的是“A”字相似。
- ②当 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 在位似中心点 O 的异侧时，构建的是“8”字相似。

注意：

位似作图首先要确定位似中心，再根据位似比作出原图形中的一些关键点的对应点，最后在对照原图形把这些点按一定的次序连接起来。

例题

1. 关于对位似图形的表述，下列命题正确的有（ ）。
- ①相似图形一定是位似图形，位似图形一定是相似图形；
 - ②位似图形一定有位似中心；
 - ③如果两个图形是相似图形，且每组对应点的连线所在的直线都经过同一个点，那么这两个图形是位似图形；
 - ④位似图形上任意一组对应点 P ， P' 与位似中心 O 的距离满足 $OP = k \cdot OP'$ 。
- A. ①②③④ B. ②③④ C. ②③ D. ②④

【答案】 B

【解析】 ①位似图形一定是相似图形，但是相似图形不一定是位似图形，故错误；
 ②位似图形一定有位似中心，正确；
 ③如果两个图形是相似图形，且每组对应点的连线所在的直线都经过同一个点，那么这两个图形是位似图形，正确；

④位似图形上任意一组对应点 P ， P' 与位似中心 O 的距离满足 $OP = k \cdot OP'$ ，正确．故选B．

【标注】【知识点】位似图形的性质

练习

2. 下列说法正确的是（ ）．

- A. 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB ， AC 的反向延长线上取点 D ， E ，使 $DE \parallel BC$ ，则 $\triangle ADE$ 是 $\triangle ABC$ 放大后的图形
- B. 两位似图形的面积之比等于位似比
- C. 位似多边形中对应角线之比等于位似比
- D. 位似图形的周长之比等于位似比的平方

【答案】C

【解析】 $\because$ 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB ， AC 的反向延长线上取点 D ， E ，使 $DE \parallel BC$ ，则 $\triangle ADE$ 是 $\triangle ABC$ 放大后的图形，

$\therefore$ 选项A错误．

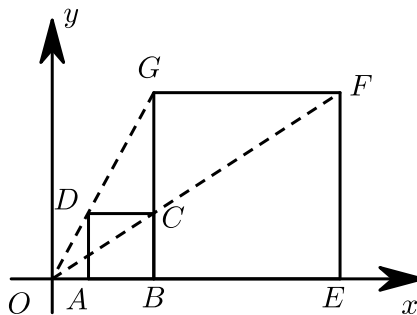
$\because$ 位似图形是特殊的相似形，满足相似形的性质，

$\therefore$ 选项B，选项D错误，正确的是选项C．

【标注】【知识点】位似应用

例题

3. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 与正方形 $BEFG$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且相似比为 $\frac{1}{3}$ ，点 A ， B ， E 在 x 轴上，若正方形 $BEFG$ 的边长为6，则 C 点坐标为（ ）．



A. (3, 2)

B. (3, 1)

C. (2, 2)

D. (4, 2)

【答案】 A

【解析】 $\because$ 正方形 $ABCD$ 与正方形 $BEFG$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且相似比为 $\frac{1}{3}$ ，

$$\therefore \frac{AD}{BG} = \frac{1}{3},$$

$$\because BG = 6,$$

$$\therefore AD = BC = 2,$$

$$\therefore AD \parallel BG,$$

$$\therefore \triangle OAD \sim \triangle OBG,$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{OA}{2 + OA} = \frac{1}{3},$$

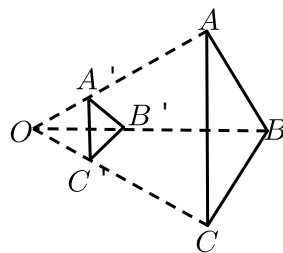
$$\text{解得：} OA = 1,$$

$$\therefore OB = 3,$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (3, 2).$$

【标注】 【知识点】 位似图形的性质

4. 如图，以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle A'B'C'$ ，已知 $OB = 3OB'$ ，则 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为（ ）。



A. 1 : 3

B. 1 : 4

C. 1 : 5

D. 1 : 9

【答案】 D

【解析】 $\because OB = 3OB'$ ，

$$\therefore \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{3},$$

$\therefore$ 以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle A'B'C'$ ，

$$\therefore \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC,$$

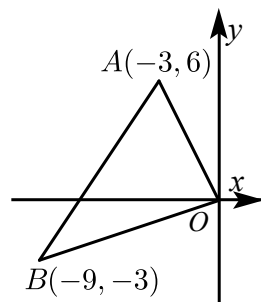
$$\therefore \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

【标注】 【知识点】 位似应用

 练习

5. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-3, 6)$ ， $B(-9, -3)$ ，以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$ ，把 $\triangle ABO$ 缩小，则点 A 的对应点 A' 的坐标是（ ）.



- A. $(-1, 2)$ B. $(-9, 18)$
C. $(-9, 18)$ 或 $(9, -18)$ D. $(-1, 2)$ 或 $(1, -2)$

【答案】 D

【解析】 $\because A(-3, 6)$, $B(-9, -3)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{3}$, 把 $\triangle ABO$ 缩小,
 $\therefore$ 点 A 的对应点 A' 的坐标为 $(-3 \times \frac{1}{3}, 6 \times \frac{1}{3})$ 或 $(-3 \times (-\frac{1}{3}), 6 \times (-\frac{1}{3}))$, 即 A' 点的坐标
 为 $(-1, 2)$ 或 $(1, -2)$.

【标注】 【知识点】 位似图形的性质

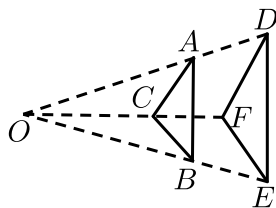
6. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(5, 0)$ 、 $B(6, 4)$ 、 $C(3, 0)$ ，将 $\triangle ABC$ 以坐标原点 O 为位似中心，以位似比 $2:1$ 进行缩小，则缩小后的点 B 所对应的点的坐标为_____．

【答案】 $(3, 2)$ 或 $(-3, -2)$

【解析】 $\because$ 点 B 的坐标为 $(6, 4)$ ，以原点为位似中心将 $\triangle ABC$ 缩小，位似比为 $2:1$ ，
 $\therefore$ 点 B 的对应点的坐标为 $(3, 2)$ 或 $(-3, -2)$

【标注】 【知识点】 位似应用

7. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形, 相似比为 $2:3$, 已知 $AB=4$, 则 DE 的长为_____.



【答案】 6

【解析】 相似比等于位似比，

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{2}{3} ,$$

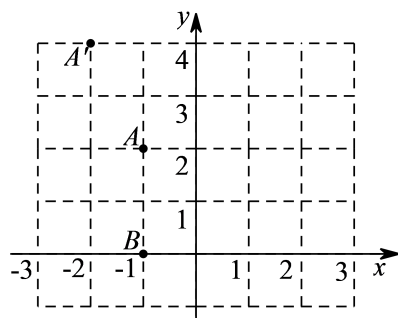
$$\therefore AB = 4 ,$$

$$\therefore DE = 6 .$$

故答案填6 .

【标注】 【知识点】 位似图形的性质

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以原点为位似中心，线段 AB 与线段 $A'B'$ 是位似图形，若 $A(-1,2)$ ， $B(-1,0)$ ， $A'(-2,4)$ ，则 B' 的坐标为



A. (2,4)

B. (1,0)

C. (-2,2)

D. (-2,0)

【答案】 D

【解析】 $\therefore \frac{OA'}{OA} = \frac{2}{1}$
 $\therefore \frac{OB'}{OB} = \frac{2}{1}$

$$\therefore OB = 1$$

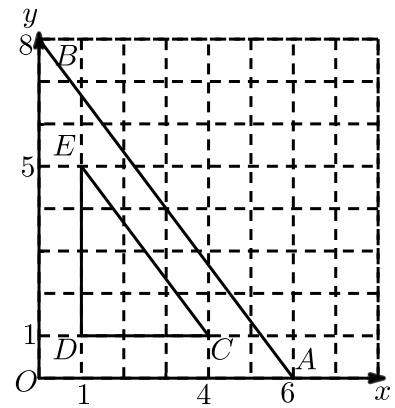
$$\therefore OB' = 2$$

$$\therefore B' = (-2,0) .$$

【标注】 【知识点】 位似应用

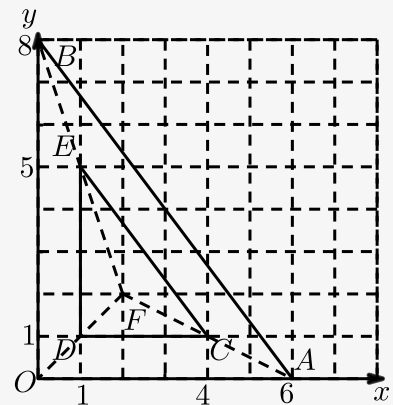
|| 例题

9. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $O(0,0)$ ， $A(6,0)$ ， $B(0,8)$ ，以某点为位似中心，作出 $\triangle AOB$ 的位似 $\triangle CDE$ ，则位似中心的坐标为 _____ .



【答案】 (2,2)

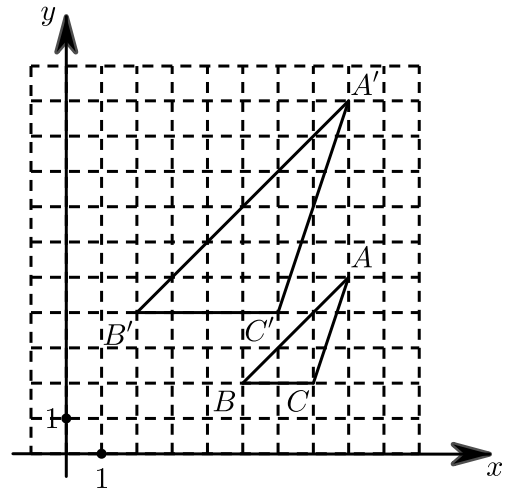
【解析】 如图所示，连接 OD 、 BE 、 AC ，并延长交于一点 F ，在坐标系中可观察到点 F 的坐标是(2,2)，即位似中心的坐标是(2,2)。



【标注】 【知识点】 确定位似中心

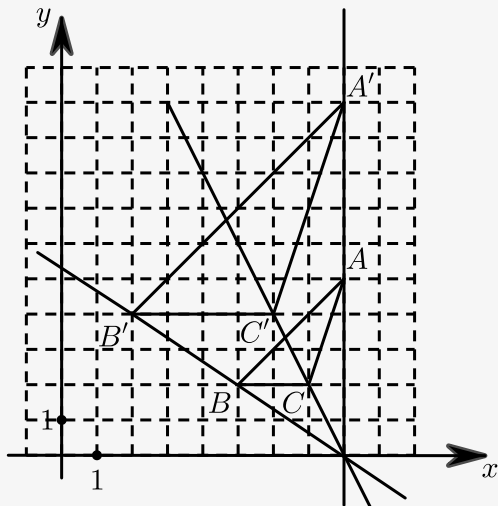
练习

10. 如图在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 顶点的横、纵坐标都是整数．若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，则位似中心的坐标是 _____ ．



【答案】 (8,0)

【解析】 如图所示：连接并延长 $A'A$ 、 $C'C$ 、 $B'B$ 交于一点(8,0) ,



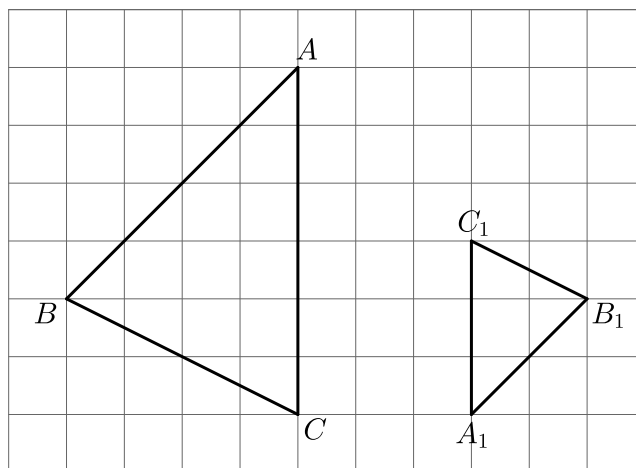
交点坐标即为位似中心的坐标 .

故答案为：(8,0) .

【标注】 【知识点】 位似应用

|| 例题

11. 如图，在 8×11 网格图中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是位似图形 .



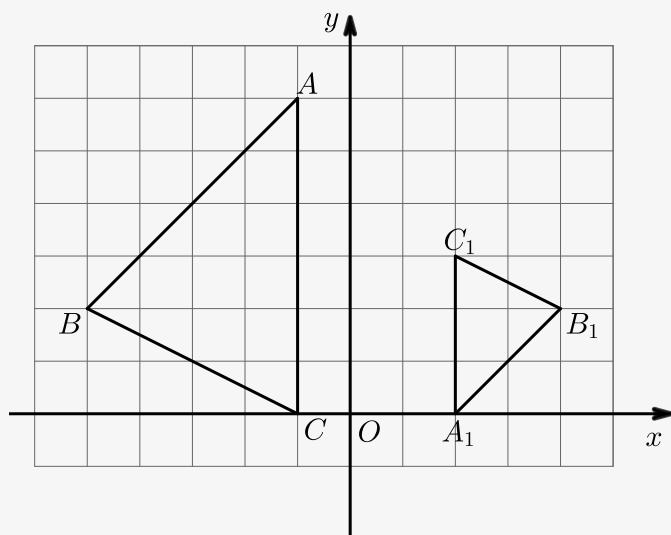
- (1) 若在网格上建立平面直角坐标系，使得点 A 的坐标为 $(-1, 6)$ ，点 C_1 的坐标为 $(2, 3)$ ，则点 B 的坐标为 _____ .
- (2) 以点 A 为位似中心，在网格图中作 $\triangle AB_2C_2$ ，使 $\triangle AB_2C_2$ 和 $\triangle ABC$ 位似，且位似比为 $1:2$.
- (3) 在图上标出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位似中心 P ，并写出点 P 的坐标为 _____ ，计算四边形 $ABCP$ 的周长为 _____ .

【答案】 (1) $(-5, 2)$

(2) 画图见解析 .

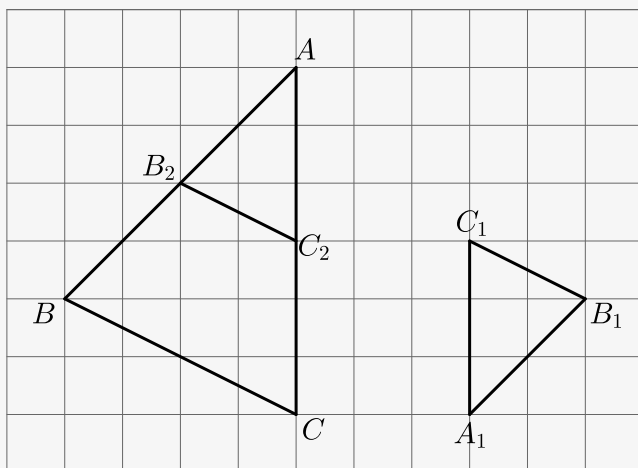
(3) 画图见解析， $(1, 2)$ ； $6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$.

【解析】 (1) 如图，点 B 的坐标为 $(-5, 2)$ ；

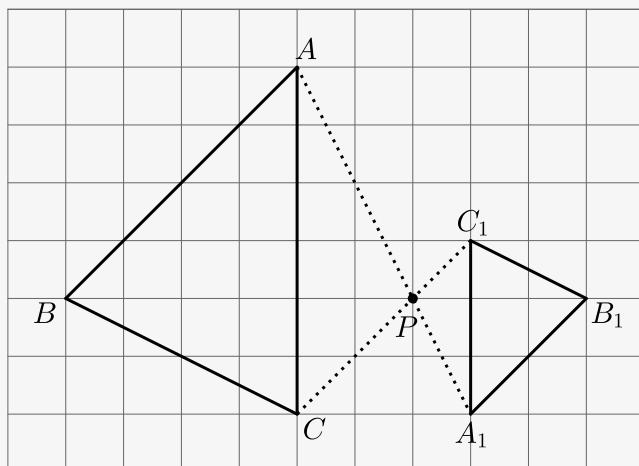


故答案为： $(-5, 2)$.

(2) 如图， $\triangle AB_2C_2$ 即为所作；



(3) 如图，点 P 为所作， P 点坐标为 $(1, 2)$ ，



$$AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}, \quad BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}, \quad PC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$AP = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

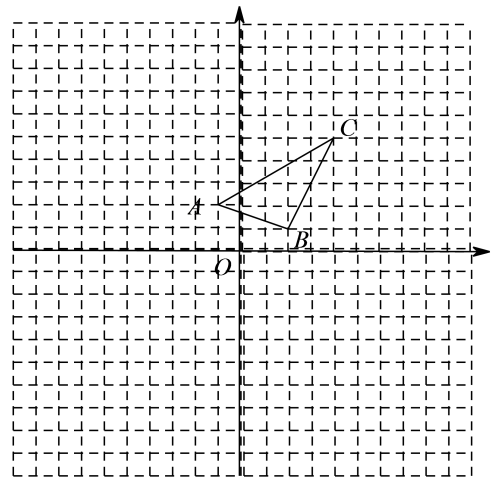
$$\text{所以四边形} ABCP \text{的周长} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}.$$

$$\text{故答案为：} (1, 2); 6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}.$$

【标注】【知识点】位似应用

练习

12. 如图，在边长为1的正方形网格中建立平面直角坐标系，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点分别为 $A(-1, 2)$, $B(2, 1)$, $C(4, 5)$ 。



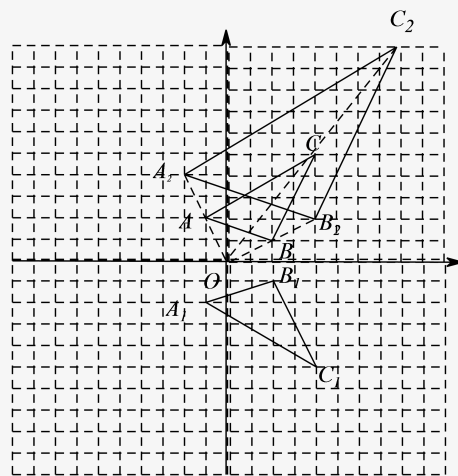
(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 以原点 O 为位似中心, 在 x 轴的上方画出 $\triangle A_2B_2C_2$, 使 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似, 且位似比为2 .

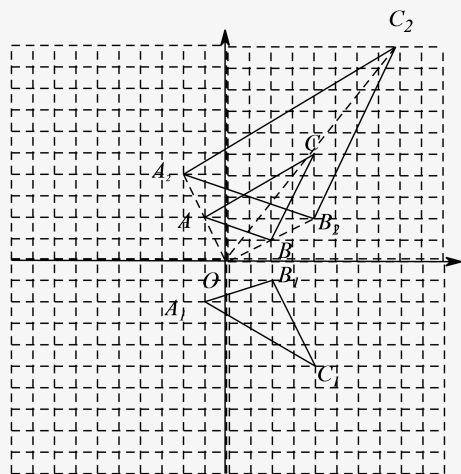
【答案】 (1) 画图见解析 .

(2) 画图见解析 .

【解析】 (1) 如图所示, $\triangle A_1B_1C_1$ 就是所求三角形 .



(2) 如图所示, $\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求三角形 ,



如图，分别过点 A_2 ， C_2 作 y 轴的平行线，过点 B_2 作 x 轴的平行线，交点分别为 E ， F ，

$\because A(-1, 2)$ ， $B(2, 1)$ ， $C(4, 5)$ ， $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似，且位似比为2，

$\therefore A_2(-2, 4)$ ， $B_2(4, 2)$ ， $C_2(8, 10)$ 。

【标注】【知识点】位似应用